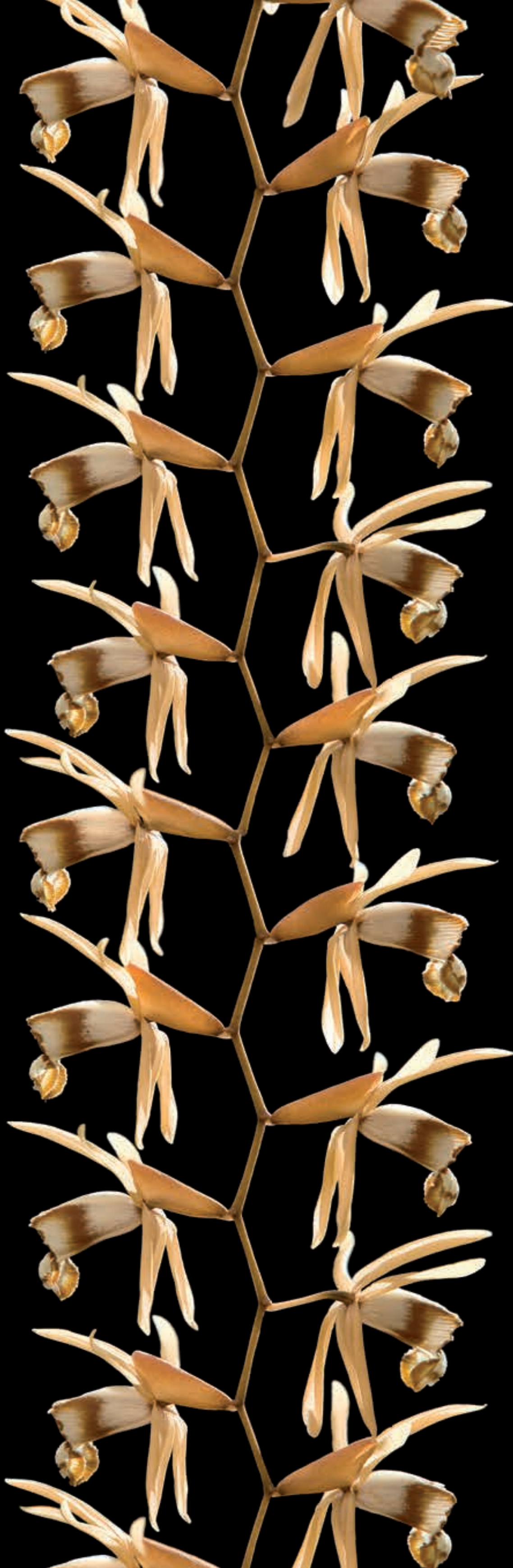
DRAKONTOS

# El mundo como obra de arte

## En busca del diseño profundo de la naturaleza

Frank Wilczek

Premio Nobel de Física



CRÍTICA

# El mundo como obra de arte

En busca del diseño profundo de la naturaleza

Frank Wilczek

Traducción castellana de Javier Sampedro

CRÍTICA
BARCELONA

Primera edición: mayo de 2016

*El mundo como obra de arte*
Frank Wilczek



Título original: *A Beautiful Question. Finding Nature's Deep Design*


Av. Diagonal, 662-664, 08034 Barcelona (España)
Crítica es un sello editorial de Editorial Planeta, S. A.

editorial@ed-critica.es
www.ed-critica.es

ISBN: 978-84-9892-961-4
Depósito legal: B. 7732 - 2016
2016. Impreso y encuadernado en España por Huertas Industrias Gráficas S. A.

# Índice

# Pitágoras I: pensamiento y objeto

## El Pitágoras en la sombra

Hubo una persona llamada Pitágoras que vivió y murió alrededor de 570-495 a. C., pero se sabe muy poco de él. O quizá se «sabe» un montón sobre él, pero la mayor parte es seguramente falsa, porque el rastro documental está repleto de contradicciones. Combina lo sublime, lo ridículo, lo increíble y lo simplemente estrafalario.

Se dijo de Pitágoras que era hijo de Apolo, que tenía un muslo de oro y que brillaba. Quizá defendía el vegetarianismo y quizá no. Entre sus dichos más notorios está el mandato de no comer alubias, porque «las alubias tienen alma». Sin embargo, varias fuentes cercanas en el tiempo niegan de manera explícita que dijera o creyera nada parecido. Más fiable resulta que Pitágoras creyera en la trasmigración de las almas, y que lo enseñara. Hay varias historias —todas dudosas, ciertamente— que parecen corroborarlo. Según Aulo Gelio, Pitágoras recordaba cuatro de sus vidas pasadas, entre ellas la que pasó como un bello cortesano llamado Alco. Jenófanes cuenta que Pitágoras, al oír los aullidos de un perro que estaba recibiendo una paliza, se apresuró a detenerla, asegurando que había reconocido la voz de un amigo fallecido. Pitágoras también, como haría san Francisco siglos después, predicaba a los animales. La «Enciclopedia Stanford de Filosofía» —un recurso en línea gratis y extremadamente valioso— lo resume así:

> La imagen moderna y popular de Pitágoras es la de un maestro de las matemáticas y la ciencia. Las evidencias cercanas a su época muestran, sin embargo, que, aunque Pitágoras fue famoso en sus días e incluso ciento ciencuenta años después, en la época de Platón y Aristóteles, no era en la matemática ni en la ciencia en lo que se basaba su fama. Pitágoras era famoso:
>
> 1. Como experto en el destino del alma después de la muerte, que enseñaba que el alma era inmortal y pasaba por una serie de reencarnaciones.
> 2. Como experto en el ritual religioso.
> 3. Como un remedio milagroso que tenía un muslo de oro y podía estar en dos sitios a la vez.
> 4. Como fundador de un estilo de vida estricto que preconizaba restricciones dietéticas y una autodisciplina rigurosa.

Unas cuantas cosas parecen claras. El Pitágoras histórico nació en la isla griega de Samos, viajó mucho y se convirtió en el inspirador y fundador de un movimiento religioso inusual. Su culto floreció brevemente en Crotona, sur de Italia, y desarrolló sucursales en otros lugares antes de ser reprimido en todas partes. Los pitagóricos formaban sociedades secretas, y en ellas se centraba la vida de los iniciados. Estas comunidades, que incluían tanto hombres como mujeres, proclamaban una especie de misticismo intelectual que a la mayoría de sus contemporáneos les parecía maravilloso, pero extraño y amenazador. Su visión del mundo se centraba en la veneración de los números y en la armonía musical, que según ellos reflejaba la estructura profunda de la realidad (como veremos, algo de razón tenían).

## El Pitágoras real

Aquí está de nuevo la «Enciclopedia Stanford»:

> La imagen de Pitágoras que emerge de las evidencias no es por tanto la de un matemático, que ofrecía demostraciones rigurosas, ni la de un científico, que hiciera experimentos para descubrir la naturaleza del mundo natural, sino más bien la de alguien que ve un significado espe-

cial y asigna una prominencia especial a las relaciones matemáticas que circulaban ampliamente.

Bertrand Russell fue más sucinto:

> Una combinación de Einstein y Mary Baker Eddy.

Para los estudiosos de la biografía factual, uno de los mayores problemas es que los seguidores posteriores de Pitágoras atribuyeron sus ideas al propio Pitágoras. De esa forma esperaban revestir sus ideas de autoridad y a la vez, reforzando la autoridad de Pitágoras, promover su comunidad, que había sido fundada por él. De esta forma, unos magníficos descubrimientos en diferentes campos de las matemáticas, la física y la música, así como un inspirador misticismo, una filosofía seminal y una moralidad pura fueron todos representados como el legado de una sola figura casi divina. Esa figura formidable es, para nosotros, el Pitágoras *real*.

No es del todo inadecuado atribuir al (histórico) Pitágoras en la sombra algún mérito del Pitágoras real, porque los grandes logros del segundo en matemáticas y ciencia surgieron de la forma de vida que el primero inspiró, y de la comunidad que fundó.

(Los lectores inclinados a ello pueden trazar paralelos con las diferentes carreras en la vida y, después de ella, de otras grandes figuras religiosas...).

Gracias a Rafael, sabemos qué aspecto tenía el Pitágoras real. En la Lámina B* se le representa profundamente concentrado en escribir en un gran libro, y rodeado de admiradores.

## Todas las Cosas son Número

Es difícil distinguir lo que está escribiendo Pitágoras, pero me gusta fantasear que es alguna versión de su credo más fundamental:

* Las láminas en color, denotadas por letras del alfabeto, aparecen en los encartados de este libro. Las figuras en blanco y negro, denotadas por números, aparecen a lo largo del texto.

Todas las Cosas son Número.

También es difícil saber, a tanta distancia en el tiempo y el espacio, qué es exactamente lo que Pitágoras quería decir con eso. Así que tenemos que usar la imaginación.

## El teorema de Pitágoras

Para empezar, Pitágoras estaba poderosamente impresionado por el teorema de Pitágoras. Tanto que, cuando lo descubrió, en un notable desliz de su vegetarianismo, ofreció una hecatombe —el sacrificio ritual de cien bueyes, seguido de una fiesta— a las musas, a modo de agradecimiento.

¿A qué tanto alboroto?

El teorema de Pitágoras es una afirmación sobre los triángulos rectángulos; es decir, triángulos que contienen un ángulo de 90º, o en otras palabras una esquina de un cuadrado. El teorema dice que, si levantas cuadrados sobre los tres lados del triángulo, la suma de las áreas de los dos cuadrados pequeños equivale al área del cuadrado grande. Un ejemplo clásico es el triángulo rectángulo 3-4-5, que se muestra en la Figura 1:

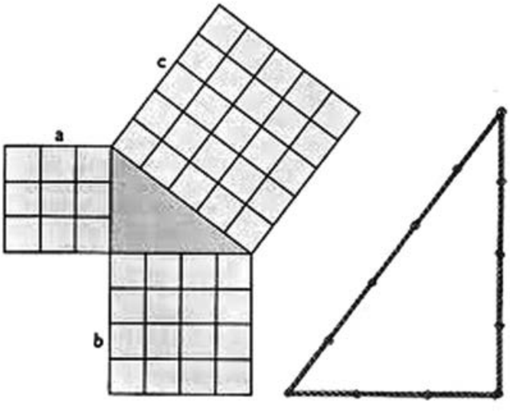



FIGURA 1. El triángulo rectángulo 3-4-5, un caso simple del teorema de Pitágoras.

Las áreas de los dos cuadrados pequeños son $3^2 = 9$ y $4^2 = 16$, como podemos ver, en el espíritu pitagórico, *contando* las subunidades. El área del cuadrado mayor es $5^2 = 25$. Y verificamos que $9 + 16 = 25$.

El teorema de Pitágoras ahora nos resulta familiar a la mayoría de la gente, aunque solo sea como un vago recuerdo de las clases de geometría del colegio. Pero si escuchas su mensaje como si volvieras a empezar, con los oídos de Pitágoras, por decirlo así, te das cuenta de que lo que dice es totalmente deslumbrante. Te dice que la *geometría* de los objetos incorpora relaciones *numéricas* ocultas. Te dice, en otras palabras, que el Número describe, si no todas las cosas, al menos sí algo muy importante sobre la realidad física, en concreto los tamaños y las formas de los objetos que moran en ella.

Más tarde en esta reflexión trataremos con unos conceptos mucho más avanzados y sofisticados, y tendré que recurrir a metáforas y analogías para transmitir su significado. La alegría especial que uno encuentra en el pensamiento matemático preciso, cuando los conceptos definidos con nitidez encajan juntos a la perfección, se pierde con la *traducción*. Pero aquí tenemos la oportunidad de experimentar esa alegría especial. Parte de la magia del teorema de Pitágoras es que uno puede demostrarlo con una preparación mínima. Las mejores demostraciones son inolvidables, y su recuerdo perdura toda la vida. Han inspirado a Aldous Huxley y Albert Einstein —¡por no mencionar a Pitágoras!— y espero que te inspiren a ti.

### *La demostración de Guido*

«¡Así de simple!»

Eso es lo que dice Guido, el joven héroe del relato de Aldous Huxley *El joven Arquímedes*, cuando describe su demostración del teorema de Pitágoras. La demostración de Guido se basa en las formas representadas en la Lámina C.

### *El juguete de Guido*

Expliquemos lo que a Guido le resultaba obvio de un vistazo.

Cada una de las dos imágenes contiene cuatro triángulos de colores que son iguales en una y otra. Todos los triángulos de colores son rectángulos, y todos tienen el mismo tamaño. Digamos que el lado más pequeño tiene una longitud $a$, el de tamaño intermedio $b$, y el más largo (la hipotenusa) $c$. Entonces es fácil ver que el lado de cualquiera de los dos cuadrados grandes (las dos imágenes totales) tiene una longitud $a + b$, y que esos dos cuadrados tienen la misma área. Por tanto, las partes no triangulares de las dos imágenes han de tener también áreas iguales.

Pero ¿qué son esas áreas iguales? En la primera imagen tenemos un cuadrado azul de lado $a$, y un cuadrado rojo de lado $b$. Sus áreas son $a^2$ y $b^2$, y su área combinada es $a^2 + b^2$. En la segunda imagen tenemos un cuadrado gris de lado $c$. Su área es $c^2$. Recordando el párrafo anterior, concluimos que

$$a^2 + b^2 = c^2$$

... ¡que es el teorema de Pitágoras!

### *La demostración (?) de Einstein*

En sus *Notas autobiográficas*, Einstein recuerda:

> Recuerdo que un tío me habló del teorema de Pitágoras antes de que el cuadernillo de geometría sagrada cayera en mis manos. Tras mucho esfuerzo conseguí «demostrar» el teorema basándome en triángulos similares; al hacerlo me pareció «evidente» que las relaciones de los lados de los triángulos rectángulos tendrían que venir determinadas por uno de los ángulos agudos.

No hay realmente el suficiente detalle en ese recuento para reconstruir la demostración de Einstein con certeza, pero aquí, en la Figura 2, presento mi mejor conjetura. Esta conjetura merece ser cierta, porque es

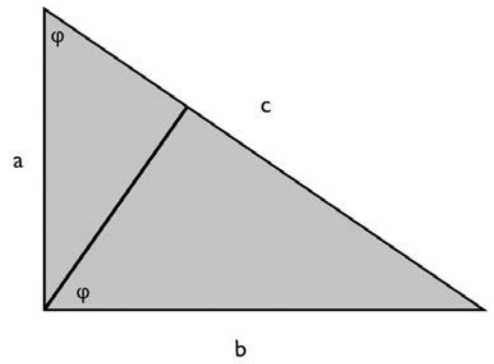



FIGURA 2. Una reconstrucción plausible de la demostración de Einstein a partir de sus *Notas autobiográficas*.

la demostración más simple y más bella del teorema de Pitágoras. En particular, esta demostración clarifica de manera brillante por qué son los *cuadrados* de las longitudes los que están implicados en el teorema.

## *Una joya pulida*

Empezamos con la observación de que los triángulos rectángulos que tienen un ángulo común φ son similares entre sí, en el sentido preciso de que puedes transformar uno en otro sin más que cambiar la escala (aumentarlo o encogerlo). También: si cambiamos la escala del triángulo por un factor, entonces cambiamos su área por el cuadrado de ese factor.

Ahora consideremos los tres triángulos rectángulos que aparecen en la Figura 2: la figura total y los dos sub-triángulos que contiene. Cada uno de ellos contiene el ángulo φ, de modo que son similares. Sus áreas son por tanto proporcionales a $a^2$, $b^2$, $c^2$, yendo de menor a mayor. Pero, como los dos sub-triángulos suman el triángulo total, las áreas correspondientes deben sumar también, y por tanto

$$a^2 + b^2 = c^2$$

... ¡el teorema de Pitágoras salta de repente!

### *Una bella ironía*

Supone una bella ironía que el teorema de Pitágoras se pueda usar para socavar su propia doctrina de que Todas las Cosas son Número.

Ese resultado escandaloso es el único resultado de la escuela pitagórica que no se atribuyó a Pitágoras, sino a su pupilo Hipaso. Poco después de su descubrimiento, Hipaso se ahogó en el mar. Si su muerte debe atribuirse a la ira de los dioses, o a la de los pitagóricos, es objeto de debate.

El razonamiento de Hipaso es muy inteligente, pero no demasiado complicado. Demos un paseo por él.

Consideremos un triángulo rectángulo isósceles, es decir, con los dos catetos iguales; en otras palabras, $a = b$. El teorema de Pitágoras nos dice que

$$2 \times a^2 = c^2$$

Ahora supongamos que las longitudes $a$ y $c$ son números enteros. Si *todas* las cosas son números, ¡más vale que lo sean! Pero hallaremos que eso es imposible.

Si tanto $a$ como $c$ son números pares, podemos considerar un triángulo similar de la mitad de tamaño. Y podemos seguir reduciéndolo hasta que alcanzamos un triángulo donde al menos uno de los dos ($a$, $c$) es impar.

Pero, sea cual sea nuestra elección, llegamos a una contradicción. Primero supongamos que $c$ es impar. Entonces también lo es $c^2$. Pero $2 \times a^2 = c^2$ es obviamente par, puesto que contiene un factor 2. De modo que no podemos tener $2 \times a^2 = c^2$, como nos dice el teorema de Pitágoras. ¡Contradicción!

Alternativamente, supongamos que $c$ es par, digamos $c = 2 \times p$. Entonces $c^2 = 4 \times p^2$. Entonces el teorema de Pitágoras nos dice, después de dividir ambos lados de la ecuación por 2, que $a^2 = 2 \times p^2$. Y por tanto $a$ no puede ser impar, por el mismo razonamiento que antes. ¡Contradicción!

Así que todas las cosas no pueden ser números enteros, después de todo. No puede haber un átomo de longitud, tal que todas las posibles longitudes sean múltiplos enteros de la longitud de ese átomo.

A los pitagóricos no parece habérseles ocurrido que se puede extraer una conclusión diferente, salvando así el Todas las Cosas son Número. Después de todo, se *puede* imaginar un mundo en el que el espacio se construya a partir de muchos átomos idénticos. De hecho, mis amigos Ed Fredkin y Stephen Wolfram defienden modelos de nuestro mundo basados en autómatas celulares, que tienen exactamente esa propiedad. Y la pantalla de tu ordenador, basada en átomos de luz a los que llamamos píxeles, ¡demuestra que un mundo así puede parecer muy realista! Lógicamente, la conclusión correcta que debe extraerse es que, en ese mundo, no se pueden construir triángulos rectos isósceles exactos. Algo tiene que ir ligeramente mal. O bien el ángulo «recto» no tiene exactamente 90 grados, o bien los dos lados cortos no son exactamente iguales, o —como en la pantalla del ordenador— los lados de tus triángulos no serán exactamente rectos.

Esta no es la opción que eligieron los matemáticos griegos. En su lugar, consideraron la geometría en su forma continua más atractiva, donde permitimos coexistir los ángulos rectos exactos y la igualdad exacta de los lados. (Esta es también la opción que se ha demostrado más fructífera para la física, como aprenderemos de Newton.) Para hacerlo, tuvieron que dar prioridad a la geometría sobre la aritmética, porque —como hemos visto— los números enteros son inadecuados para describir incluso las figuras geométricas más simples. Así que abandonaron la letra, aunque no el espíritu, de Todas las Cosas son Número.

## Pensamiento y objeto

Porque la verdadera esencia del credo de Pitágoras no es la afirmación literal de que el mundo debe encarnar números enteros, sino la convicción optimista de que el mundo debería encarnar *conceptos bellos*.

La lección por la que Hipaso pagó con su vida es que debemos estar dispuestos a aprender de la naturaleza cuáles son esos conceptos. En esta empresa, la humildad es obligatoria. La geometría no es menos bella que la aritmética. De hecho, resulta apropiada de una forma más natural a nuestros cerebros altamente visuales, y la mayoría de la gente la prefiere. Y la geometría no es menos conceptual, ni un mundo de la Mente menos puro, que la aritmética. Gran parte de la matemática de los antiguos griegos, epitomizada por los *Elementos* de Euclides, se dedicó a mostrar exactamente eso: que la geometría es un sistema de la *lógica*.

A medida que progresemos en nuestra reflexión, hallaremos que la naturaleza es inventiva en su lenguaje. La naturaleza amplía nuestra imaginación con nuevos tipos de números, nuevos tipos de geometría e incluso, en el mundo cuántico, nuevos tipos de lógica.